Übungsklausur 1 zur Eignungsprüfung Mathematik Q1

Bearbeitungshinweise

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Verbotenes Hilfsmittel: Handy

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, schülereigene Wörterbücher (Deutsch/Muttersprache), schülereigene gedruckte Formelsammlung eines Schulbuchverlages

Gestelltes Material: Aufgabenset, kariertes Papier, schuleigene Formelsammlung

Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Berechnungen gut lesbar auf das gestellte karierte Papier.
Sie können auch für Ansätze oder Teillösungen Bewertungseinheiten erhalten.

Nach Ablauf der Bearbeitungszeit muss das Aufgabenset und sämtliches Papier abgegeben werden.

Für das Bestehen der Eignungsprüfung müssen Sie mindestens 22 Bewertungseinheiten (46% von 48 möglichen Bewertungseinheiten) erreichen.

Viel Erfolg!

Aufgabenstellung

1) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion, indem Sie die Rechenschritte dokumentieren.

a) Funktion g mit der Gleichung $g(x)=\frac{1}{2}x^3-6x^2+18x$

(2 BE)

b) Funktion h mit der Gleichung $h(x)=-\frac{1}{4}x^4+17x^2-64$

(4 BE)

c) Funktion f mit der Gleichung $f(x)=(18x+27)\cdot e^{-\frac{1}{3}x+2}$

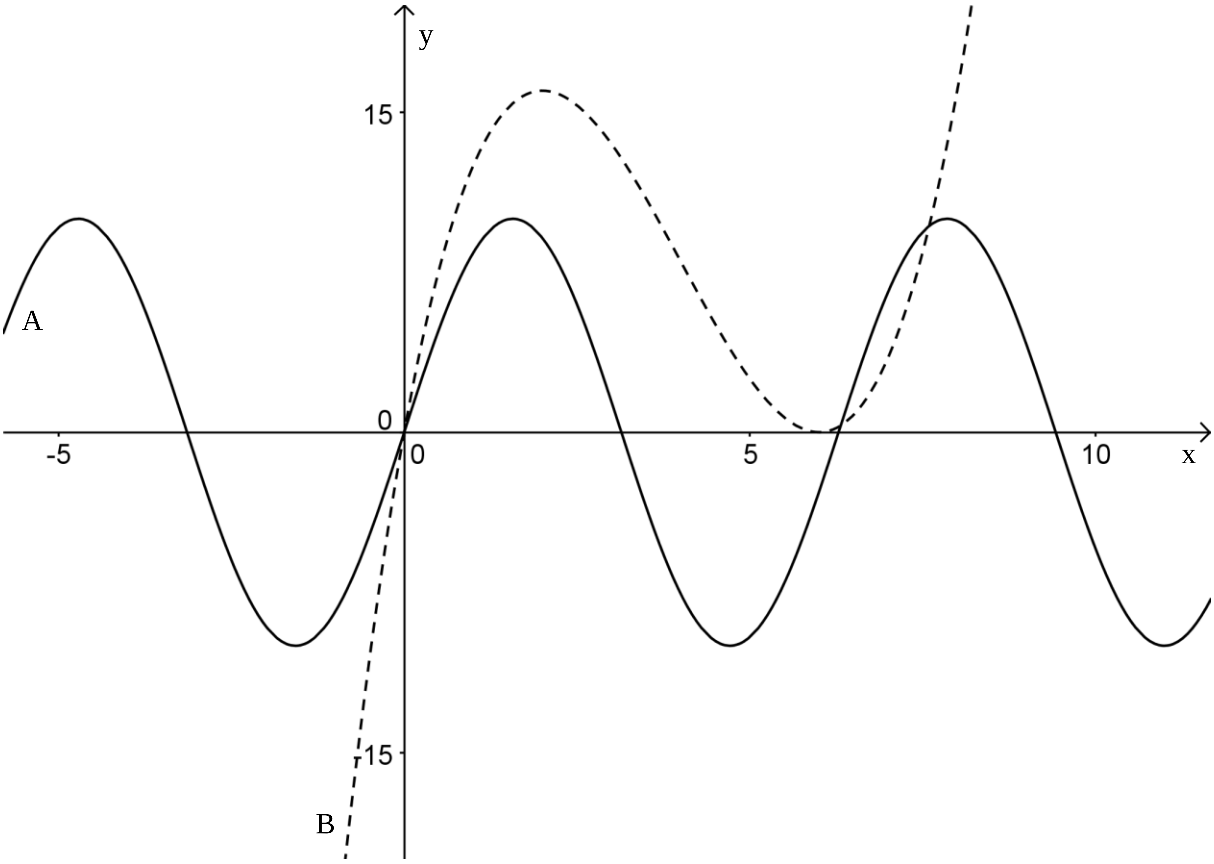
(2 BE)

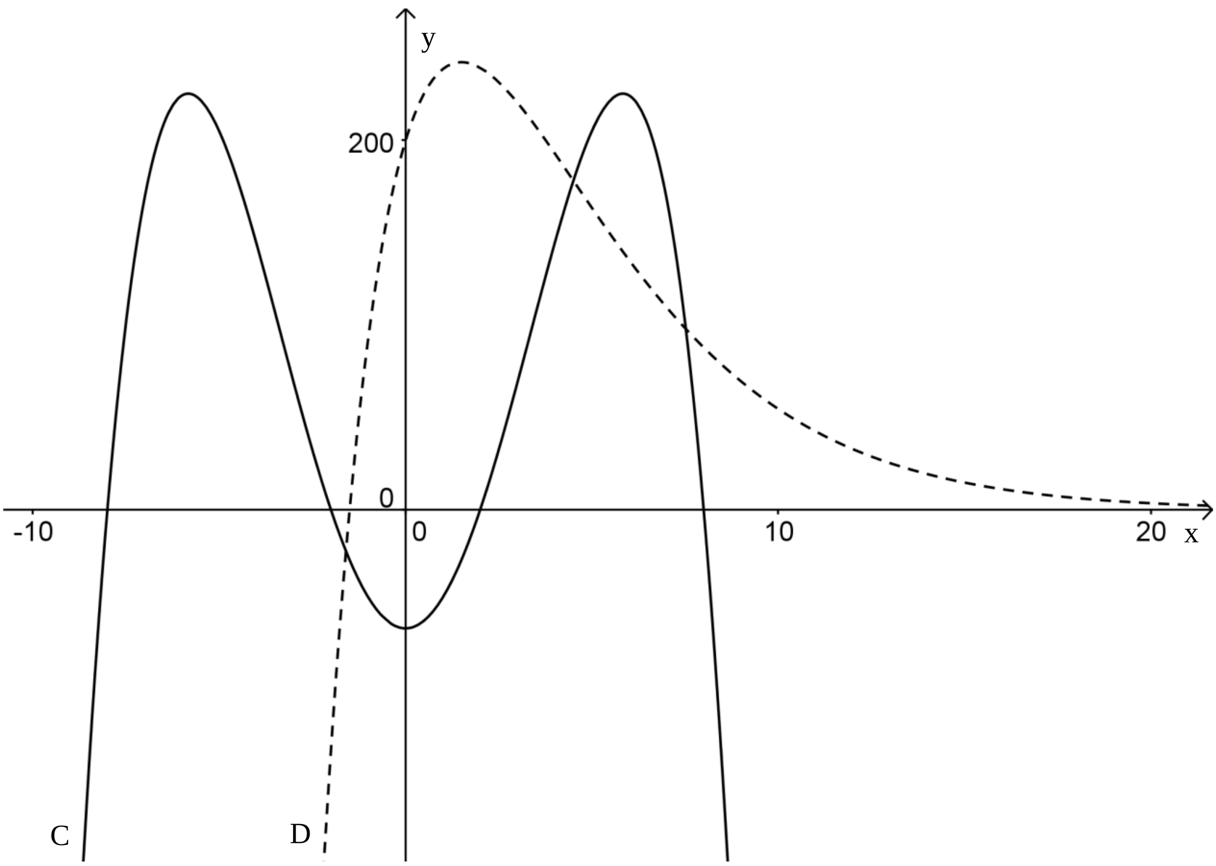
d) Funktion r mit der Gleichung $r(x)=10\cdot\sin x$
Hinweis: x ist das Bogenmaß des Winkels.

(2 BE)

2) Die unten abgebildeten Graphen A, B, C und D gehören jeweils zu einer Funktion aus Aufgabe 1. Ordnen Sie jedem Graphen eine Funktion aus Aufgabe 1 zu.

(4 BE)





3) Die Funktion g besitzt die Gleichung $g(x)=\frac{1}{2}x^3-6x^2+18x.$

a) Berechnen Sie die ersten drei Ableitungsfunktionen der Funktion g.

(3 BE)

b) Berechnen Sie den Wendpunkt W des Graphen der Funktion g.

(3 BE)

c) Geben Sie den Funktionsterm der Wendetangente (Tangente im Wendepunkt) t an.

(3 BE)

4) Die Funktion f besitzt die Gleichung $f(x)=(18x+27)\cdot e^{-\frac{1}{3}x+2}$.

a) Berechnen Sie die ersten beiden Ableitungsfunktionen der Funktion f.

[zur Kontrolle: $f'(x)=(-6x+9)\cdot e^{-\frac{1}{3}x+2}$]

(4 BE)

b) Berechnen Sie Lage und Art des Extrempunktes des Graphen der Funktion f.

(3 BE)

5) Eine Bakterienkultur vermehrt sich in fünf Stunden um 35 %. Zu Beobachtungsbeginn besitzt die Kultur die Masse 200 g.
Bestimmen Sie die Gleichung einer Funktion k in der Form $k(t)=a\cdot e^{bt}$, die die Masse der Bakterienkultur (in g) in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden seit dem Beobachtungsbeginn) beschreibt, wenn von exponentiellem Wachstum ausgegangen wird.

(4 BE)

6) In einem Experiment nimmt die Masse einer radioaktiven Substanz exponentiell ab. Die Funktion d mit $d(t)=8\cdot 0{,}95^t$ gibt näherungsweise die noch vorhandene Masse der radioaktiven Substanz (in mg) in Abhängigkeit von der Zeit t (in Minuten seit dem Beobachtungsbeginn) an.
Berechnen Sie die Halbwertszeit der radioaktiven Substanz.

(3 BE)

7) $s(x)=\sin x;\quad u(x)=4\cdot\sin(3x)$
Hinweis: x ist das Bogenmaß des Winkels.

a) Geben Sie für die Funktionen s und u jeweils die Amplitude und die Periode an.

(4 BE)

b) Erläutern Sie, wie der Graph der Funktion u schrittweise aus dem Graphen der Funktion s hervorgeht. Geben Sie dabei für jeden Schritt den zugehörigen Funktionsterm in der Form y = ... an.

(4 BE)

c) Ermitteln Sie für die Funktionen s und u jeweils die erste Ableitungsfunktion.

(3 BE)

Lösungshinweise, erhaltbare und erhaltene Bewertungseinheiten

Lösungswege, die von den nachfolgend exemplarisch dargestellten abweichen, aber dem Operator entsprechend als gleichwertig betrachtet werden können, werden selbstverständlich ebenso akzeptiert.

Aufg.	**erwartete Leistungen**	**BE**	
		erhaltbar	**erhalten**
1a	$g(x)=0 \Rightarrow x\cdot(x^2-12x+36)=0$ $\Rightarrow x_1=0;\ x_{2,3}=6\pm\sqrt{6^2-36}=6$	2	
1b	$h(x)=0$ biquadratische Gleichung $\Rightarrow z^2-68z+256=0$ $\Rightarrow z_{1,2}=34\pm\sqrt{34^2-256} \Rightarrow z_1=4;\ z_2=64$ $\Rightarrow x_{1,2}=\pm\sqrt{z_1}=\pm 2;\quad x_{3,4}=\pm\sqrt{z_2}=\pm 8$	 2 2	
1c	$f(x)=0 \Rightarrow 18x+27=0 \Rightarrow x=-1{,}5$	2	
1d	$r(x)=0 \Rightarrow \sin x=0 \Rightarrow x=k\cdot\pi$ mit ganzzahligem k	2	
2	Graph A gehört zu Funktion r. Graph B gehört zu Funktion g. Graph C gehört zu Funktion h. Graph D gehört zu Funktion f.	1 1 1 1	
3a	$g'(x)=\frac{3}{2}x^2-12x+18$ $g''(x)=3x-12$ $g'''(x)=3$	1 1 1	
3b	$g''(x)=0 \Rightarrow x=4$ $g(4)=8;\quad g'''(4)=3\neq 0;\quad W(4\|8)$	1 2	
3c	Steigung m der Wendetangente: $m=g'(4)=-6$ y-Achsenabschnitt n der Wendetangente: $y=-6x+n \quad \vert W(4\|8)$ einsetzen $8=-6\cdot 4+n \Rightarrow n=32$ $t(x)=-6x+32$	1 1 1	
4a	$f'(x)=(-6x+9)\cdot e^{-\frac{1}{3}x+2}$ $f''(x)=(2x-9)\cdot e^{-\frac{1}{3}x+2}$	2 2	
4b	$f'(x)=0 \Rightarrow -6x+9=0 \Rightarrow x=1{,}5$ $\left.\begin{matrix} f'(1{,}5)=0 \\ f''(1{,}5)\approx -26{,}89<0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ Maximum bei $x=1{,}5$ $f(1{,}5)\approx 242{,}01;\ H(1{,}5\|242{,}01)$	1 2	

<table>
<tr><th rowspan="2">Aufg.</th><th rowspan="2">erwartete Leistungen</th><th colspan="2">BE</th></tr>
<tr><th>erhaltbar</th><th>erhalten</th></tr>
<tr><td>5</td><td>$k(0) = a = 200$
$k(5) = \frac{200}{100} \cdot 135 = 270$
$200 \cdot e^{b \cdot 5} = 270 \Rightarrow b = \frac{1}{5} \cdot \ln(\frac{270}{200}) = \frac{1}{5} \cdot \ln(1,35) \approx 0,06$
$k(t) = 200 \cdot e^{\frac{\ln(1,35)}{5} \cdot t} \approx 200 \cdot e^{0,06 \cdot t}$</td><td>1
1
1
1</td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td>T = Halbwertszeit
$d(T) = 4$
$8 \cdot 0,95^T = 4 \Rightarrow T = \frac{1}{\ln(0,95)} \cdot \ln(\frac{4}{8}) = \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,95)} \approx 13,51$
Die Halbwertszeit der radioaktiven Substanz beträgt ca. 13,5 Minuten.</td><td>
1
1
1</td><td></td></tr>
<tr><td>7a</td><td><table><tr><th></th><th>Funktion s</th><th>Funktion u</th></tr><tr><td>Amplitude</td><td>1</td><td>4</td></tr><tr><td>Periode</td><td>2π</td><td>$\frac{2\pi}{3}$</td></tr></table></td><td>2
2</td><td></td></tr>
<tr><td>7b</td><td>Ausgangsfunktion: $y = \sin x$
Streckung mit dem Faktor 4 in y-Richtung: $y = 4 \cdot \sin x$
Streckung mit dem Faktor $\frac{1}{3}$ in x-Richtung: $y = 4 \cdot \sin(3x)$</td><td>
2
2</td><td></td></tr>
<tr><td>7c</td><td>$s'(x) = \cos x$
$u'(x) = 12 \cdot \cos(3x)$</td><td>1
2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Summe</td><td>48</td><td></td></tr>
</table>